

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

Radoslav Markić

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, doc. dr. sc.
radoslav.markic@gf.sum.ba

Dragan Ćubela

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, doc. dr. sc.
dragan.cubela@gf.sum.ba

Željko Mikulić

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, dipl. ing. građ.
zeljko.mikulic@gf.sum.ba

Sažetak: Prikazana je primjena numeričkog modela baziranog na metodi konačnih elemenata za analizu okvirnih konstrukcija izrađenih od čelika. Model je implementiran u računalni program [9] te podrazumijeva primjenu 1D štapnog konačnog elementa pri čemu se jednadžbe ravnoteže zadovoljavaju na deformiranom sustavu (teorija velikih pomaka). Na primjeru proračuna čeličnog okvira prikazana je mogućnost primjene numeričkog modela sa uzimanjem u obzir početnih geometrijskih imperfekcija. Pokazano je da se implementirani numerički model i računalni program [9] može uspješno koristiti za proračune čeličnih okvirnih konstrukcija prema EN 1993-1-1 [10]. Na kraju su dani komentari sa zaključcima.

Ključne riječi: numerički model, 1D štapni konačni element, čelična okvirna konstrukcija, teorija velikih pomaka, geometrijske imperfekcije

Numerical model for analysis of steel frame structures with included geometric imperfections

Abstract: Numerical model based on finite element method for analysis of steel frame structures is presented. Model is implemented in computer program [9] and implies application of 1D (beam) finite element. Large displacement theory with incremental-iterative solution of equilibrium equations is applied. Application of numerical model is presented on an example of steel frame structure where initial geometric imperfections are also included. It is shown that presented numerical model and computer program [9] can be used for practical design of steel frame structures according to EN 1993-1-1 [10]. Main conclusions are given at the end.

Key words: numerical model, 1D beam finite element, steel frame structure, large displacements theory, geometric imperfections

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

1. UVOD

Numerički modeli bazirani na štapnim 1D konačnim elementima se uobičajeno koriste za statičke analize nosivih konstrukcija izrađenih od greda i stupova. Pri tome se najčešće koriste linearni modeli proračuna (proračuni prema teoriji 1. reda) sa linearnim modelom materijala. Proračun vitkih okvirnih konstrukcija je složen inženjerski problem pošto su iste osjetljive na gubitak stabilnosti izvijanjem i izbočavanjem. Adekvatan numerički model koji bi obuhvatio geometrijsku i materijalnu nelinearnost, vlastite oblike gubitka stabilnosti, kao i krutost, rotacijski kapacitet te otpornost spojeva greda i stupova su ključni za adekvatnu analizu ponašanja takvih vrsta konstrukcija. Do sada su objavljeni mnogi znanstveni i stručni radovi na ovu temu. Neki od njih se mogu pronaći u [1-8].

U radu [1] je detaljno izložena teorija velikih pomaka opisujući postupak dvije bitno različite formulacije u sklopu analize geometrijske nelinearnosti. U potpunoj Lagrangeov-oj formulaciji (eng. "total Lagrangian formulation") se sve statičke i kinematičke varijable referiraju na inicijalnu (izvornu) geometriju u trenutku $t=0$. Kod ažurirane Lagrangeov-e formulacije (eng. "updated Lagrangian formulation") se sve statičke i kinematičke varijable referiraju na geometriju u trenutku t , tj. na zadnju poznatu geometriju. Implementacija ekvivalentnih početnih lokalnih imperfekcija u globalnoj analizi čeličnih okvira prema Eurocode 3 je analizirana u radu [2]. Analiza globalnih i lokalnih imperfekcija u analizi okvirnih konstrukcija je data u radu [3]. Izložen je pristup definiranja svih konstrukcijskih imperfekcija kao jedinstvena imperfekcija, baziran na elastičnom kritičnom obliku izvijanja konstrukcije. U radu [4] je izvršena statistička analiza pouzdanosti proračuna čeličnih okvira prema Eurocode 3 imajući u vidu poklapanje početnih imperfekcija sa vlastitim oblikom gubitka stabilnosti izvijanjem. Numerička analiza je podrazumijevala primjenu geometrijski nelinearne analize čeličnih okvira sa početnim imperfekcijama. Rezultati analize su ukazali na problem neusklađenosti u području pouzdanosti proračuna prema Eurocode 3. Autor predlaže povećanje početnih imperfekcija u odnosu na preporuke iz Eurocode 3 kako bi se povećala pouzdanost u proračunu. Problematika proračuna vitkih čeličnih konstrukcija osjetljivih na izvijanje savijanjem i torzijom obrađena je u radu [5]. Principi i primjena jedinstvenih ekvivalentnih globalnih i lokalnih imperfekcija u analizi čeličnih okvirnih konstrukcija u kombinaciji sa elastičnim kritičnim oblicima izvijanja sukladno normi EN 1993-1-1:2005, 5.3.2(11) obrađena je u radu [6]. Rad [7] je nastavak rada [6] gdje je prikazana problematika globalnih i lokalnih imperfekcija u elementima čeličnih konstrukcija (promjenjivi presjeci po dužini, lučne konstrukcije sa međusobno nagnutim lukovima) gdje metode prema normi EN1993-1-1:2005 nisu primjenjive. Linearno elastični proračun račvanja ili proračun vlastitih vrijednosti sa izračunom elastične kritične sile i efektivne dužine izvijanja analizirano je u radu [8]. U radu je numerički model [9] verificiran u odnosu drugi računalni program te jednostavne primjere za koje se rješenja mogu egzaktno odrediti. Pokazano je da su međusobna odstupanja između dva računalna programa do 5% što ukazuje na dosta visoku točnost za potrebe analiza konstrukcija.

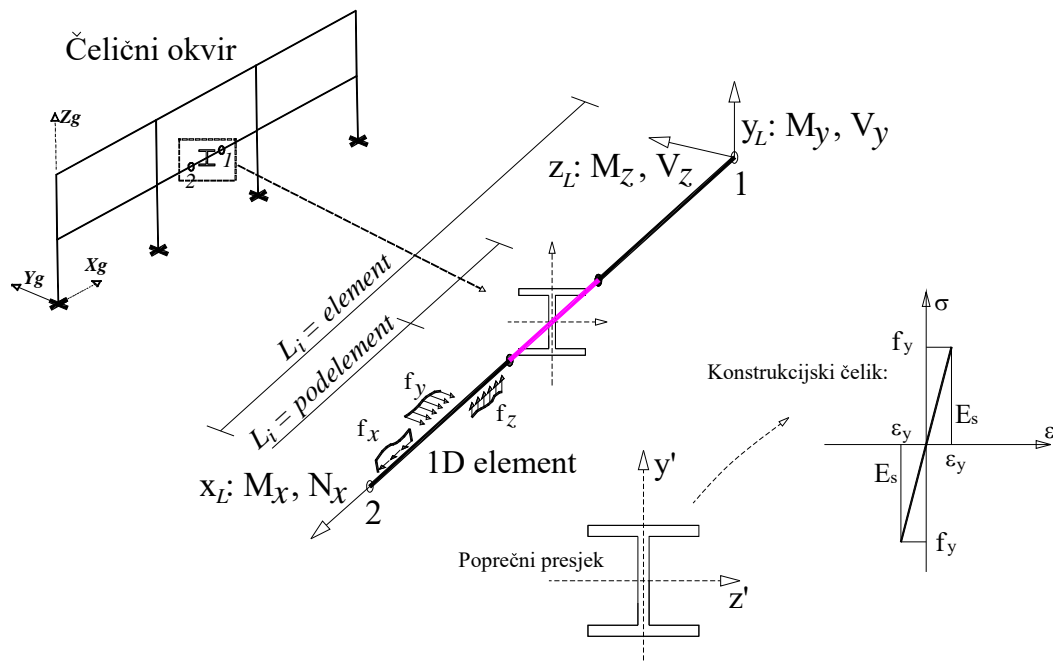
U sklopu ovog rada je izložen prethodno razvijen numerički model geometrijske nelinearnosti za probleme s velikim pomacima, implementiran u računalni program [9]. Opisane su metode globalne analize čeličnih konstrukcija prema EN 1993-1-1 [10] pri čemu su detaljnije pojašnjeni postupci uzimanja u obzir geometrijskih imperfekcija u analizama čeličnih okvirnih konstrukcija. Na praktičnom primjeru proračuna čeličnog okvira sa uzimanjem u obzir geometrijskih imperfekcija prema EN 1993-1-1 [10] prikazana je primjena računalnog programa [9].

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

2. NUMERIČKI MODEL VELIKIH POMAKA

U ovom je radu prikazan prethodno razvijeni model geometrijske nelinearnosti za probleme s velikim pomacima i malim deformacijama (eng. "large displacements, small strains problem") u sklopu nelinearne analize konstrukcija modeliranih štapnim 1D idealno ravnim konačnim elementima (eng. "beam elements"), sa konstantnim poprečnim presjekom i sa dva čvora po elementu. Svaki čvor ima 6 stupnjeva slobode (3 pomaka i 3 zaokreta). Na Slici 1 je prikazan grafički prikaz numeričkog modela sa 1D štapnim elementima. Pri tome je model materijala linearan. Numerički model je implementiran u računalni program [9] u sklopu kojeg je i detaljnije izložen. Numerički model uključuje i utjecaj deformiranja konstrukcije na povećanje reznih sila, što je osobito izraženo kod vitkih konstrukcija osjetljivih na gubitak stabilnosti izvijanjem.



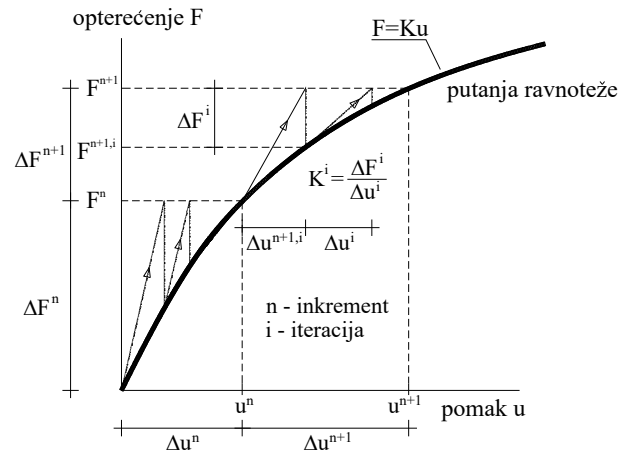
Slika 1. Grafički prikaz numeričkog modela sa 1D štapnim elementima u sklopu [9]

Za rješenje problema korišten je tzv. ažurirani Lagrange-ov postupak (eng. "updated Lagrangian formulation"). Pri tome se vanjsko opterećenje zadaje u inkrementima te se za svaki inkrement opterećenja provodi iteracijski postupak proračuna sve dok vektor neuravnoteženih sila ne bude u zadanim granicama tolerancije, odnosno dok se ne uspostavi ravnoteža vanjskih i unutarnjih sila. Nakon što je zadovoljen kriterij konvergencije, vektor neuravnoteženih sila se pridodaje idućem inkrementu vanjskog opterećenja i iteracijski postupak se ponovo nastavlja. Na kraju svakog iteracijskog koraka stanje varijabli se ažurira u odnosu na geometriju u trenutku t , tj. na zadnju poznatu geometriju. Jednadžbe ravnoteže postaju nelinearne s obzirom da se geometrija uspostavlja na zadnju poznatu geometriju. Princip superpozicije utjecaja u ovom slučaju ne vrijedi. Ovisnost između deformacija i pomaka je linearna, obzirom da je prirast pomaka unutar svakog iteracijskog koraka mali. Ovim pristupom je proračun značajno pojednostavnjen i skraćen.

Za rješenje sustava nelinearnih jednadžbi koristi se iterativna metoda Newton-Raphson (eng. "Full Newton-Raphson"). Na Slici 2 je prikazana navedena metoda.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama



Slika 2. Newton-Raphsonova metoda

Pri tome se u računalnom programu matrica krutosti proračunava za svaki inkrement opterećenja i definirani iteracijski korak i . U svakom iteracijskom koraku traženja rješenja problema, rješava se sustav:

$$K^i \Delta u^i = F^{n+1} - \Delta F^i \quad (1)$$

u kojemu n označava promatrani inkrement u iteracijskom koraku i ; K^i označava tekuću matricu tangentne krutosti konstrukcije i geometrijsku nelinearnost (velike pomake, male deformacije); Δu^i označava tekući prirast pomaka; F^{n+1} označava tekući vektor vanjskih čvornih sila i ΔF^i označava tekući vektor unutrašnjih čvornih sila zbog naprezanja materijala. Iteracijski postupak se nastavlja sve dok tekući vektor neuravnoteženih sila ($F^{n+1} - \Delta F^{n+1,i}$) ne bude po volji dovoljno mali. Potom se vektor neuravnoteženih sila pridodaje novom inkrementu vanjskog opterećenja i iteracijski postupak se ponovno ponavlja. Treba uočiti razliku između računskog puta traženja rješenja i stvarnog puta rješenja obzirom da točan put rješenja i nije poznat, odnosno da je rješenje u zadnjem iteracijskom koraku s određenom greškom u ovisnosti od odabranog kriterija konvergencije. Potrebno je uzeti dostatno male inkremente opterećenja, a što ovisi o razmatranom problemu kako bi spriječilo "zaobilaženje" stvarnog puta što može proizvesti nepostojeće nelinearnosti. Veličina inkrementa opterećenja ima utjecaj na dobivene rezultate i taj je utjecaj značajniji što je stupanj nelinearnosti veći. Manji inkrementi opterećenja trebali bi pravilu dati točnije rezultate. U određenim slučajevima s vrlo izraženom promjenom geometrije moguće je da ova metoda ne da rješenje.

3. METODA GLOBALNE ANALIZE PREMA EUROCODE 3

Proračun okvirnih čeličnih konstrukcija se prema EN 1993-1-1 [10] mora temeljiti na proračunskim modelima konstrukcije primjerenim razmatranom graničnom stanju. Pri tome proračun konstrukcija mora obuhvatiti dokaz graničnog stanja nosivosti (GSN) i graničnog stanja uporabljivosti (GSU).

Ista norma također navodi da proračunski model i osnovne pretpostavke proračuna trebaju odražavati ponašanje konstrukcije u odgovarajućem graničnom stanju uz primjerenu točnost i predviđenu vrstu ponašanja poprečnih presjeka, elemenata, priključaka i ležajeva.

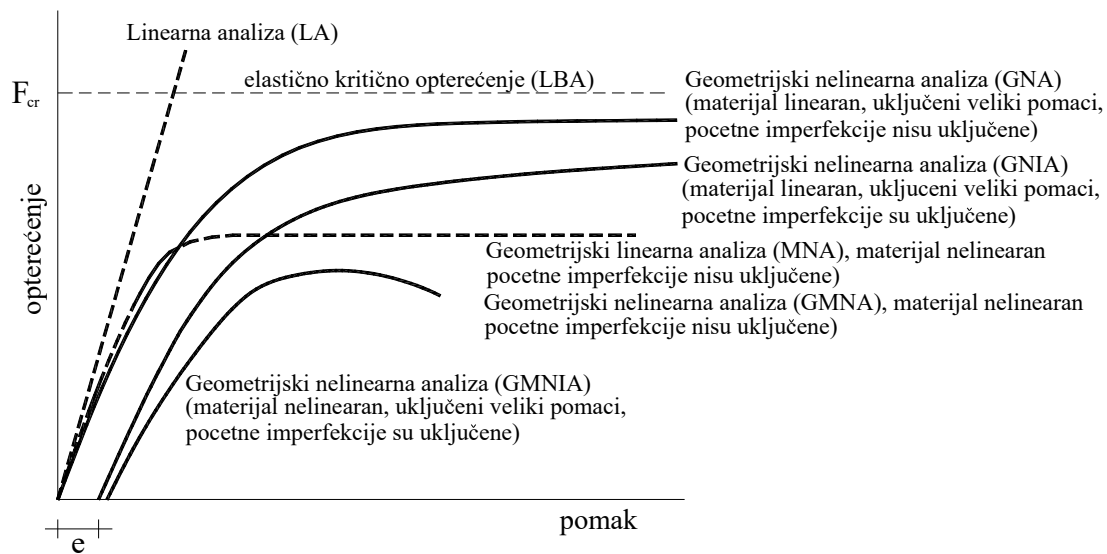
Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

Prema EN 1993-1-1 [10] globalni proračun unutarnjih sila i momenata savijanja se smije odrediti prema:

- Proračun po teoriji 1. reda, s pomoću početnog geometrijskog oblika konstrukcije ili
- Proračun po teoriji 2. reda, uzimajući u obzir utjecaj deformiranja konstrukcije.

Općenito, metode analize konstrukcija možemo podijeliti na linearne i nelinearne. Pod nelinearnim analizama se podrazumijeva materijalna i geometrijska nelinearnost. S obzirom na složenost nelinearnih metoda proračuna, neminovna je primjena numeričkih modela koji mogu obuhvatiti sve te efekte. Na slici 3. je prikazana shematska veza opterećenje - pomak ovisno od odabrane metode proračuna okvira.



Slika 3. Veza opterećenje - pomak ovisno od odabrane metode proračuna okvira

Linearna analiza (LA, eng. "linear analysis") je proračun utemeljen na linearno elastičnoj teoriji, povezan sa idealnim oblikom konstrukcije. Linearno elastični proračun račvanja ili proračun vlastite vrijednosti (LBA, eng. "linear elastic bifurcation (eigenvalue) analysis") je proračun vlastitih vrijednosti (modova titranja) konstrukcije utemeljen na linearno elastičnoj teoriji.

Geometrijski nelinearna analiza (GNA, eng. "geometrically nonlinear elastic analysis") je proračun utemeljen na teoriji velikih pomaka (uključuje utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja bez uzimanja u obzir početnih imperfekcija u konstrukciji) te podrazumijeva linearno elastični model materijala. Kontrola elastične kritične sile je uključena u svaku razinu opterećenja.

Geometrijski nelinearna analiza s uključenim imperfekcijama (GNIA, eng. "geometrically nonlinear elastic analysis with imperfections included") je proračun utemeljen na teoriji velikih pomaka (uključuje utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja sa početnim imperfekcijama u konstrukciji) te podrazumijeva linearno elastični model materijala. Kontrola elastične kritične sile je uključena u svaku razinu opterećenja.

Materijalno nelinearna analiza bez uzimanja u obzir početnih imperfekcija (MNA, eng. "materially nonlinear analysis") je proračun utemeljen na linearno elastičnoj teoriji te podrazumijeva nelinearan model materijal (elasto-plastično, plastično, proizvoljno). Ukoliko se uključi teorija velikih pomaka metoda postaje geometrijski i materijalno nelinearna (GMNA, eng. "geometrically and materially nonlinear analysis"). To je onda proračun

Markić, R., Ćubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

utemeljen na teoriji velikih pomaka (uključuje utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja ali bez početnih imperfekcija u konstrukciji) sa nelinearnim modelom materijala (elasto-plastično, plastično, proizvoljno). Kontrola elastične kritične sile je uključena u svaku razinu opterećenja.

Geometrijski i materijalno nelinearna analiza sa uzimanjem u obzir početnih imperfekcija (GMNIA, eng. "geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections included") je proračun utemeljen na teoriji velikih pomaka (uključuje utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja sa početnim imperfekcijama u konstrukciji) sa nelinearnim modelom materijala (elasto-plastično, plastično, proizvoljno). Kontrola elastične kritične sile je uključena u svaku razinu opterećenja.

Odabir odgovarajuće metode je složena zadaća i ovisi od tipa konstrukcije i raspoloživog numeričkog modela. Za odabrati metodu proračuna potrebno je prvenstveno procijeniti da li učinci deformiranja konstrukcije imaju utjecaja na sveukupno ponašanje konstrukcije pod opterećenjem te koji su učinci primjene odabrane metode.

Kako se ide prema složenijim i naime "točnijim" metodama sve je više potrebnih ulaznih podataka od kojih ovisi sama točnost dobivenih rezultata. Stoga pri odabiru metoda proračuna treba voditi računa da metoda bude primjerena problemu te da računalni program bude pouzdan.

U sklopu ovog rada analizirat će se primjena izloženog numeričkog modela u sklopu računalnog programa [9] za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija i to metodom geometrijski nelinearne analize s uključenim imperfekcijama (GNIA, eng. "geometrically nonlinear elastic analysis with imperfections included"). Proračun uključuje proračun unutarnjih sila i momenata savijanja po teoriji velikih pomaka (uključuje utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja sa početnim imperfekcijama u konstrukciji). U modelu će se usvojiti linearno elastični model čelika s obzirom da je metoda materijalno linearna.

U skladu s EN 1993-1-1, dio 5.1.2 [10] učinci ponašanja spojeva na raspodjelu unutarnjih sila i momenata u konstrukciji i na ukupna deformiranja konstrukcije smiju se općenito zanemariti, no ako su takvi učinci znatni (kao u popustljivim spojevima), treba ih uzeti u obzir prema EN 1993-1-8 [11].

Metoda "GNIA" je materijalno linearna analiza te se prema EN 1993-1-8, dio 5.1.1 [11] spojevi pri globalnom proračunu mogu definirati kao nazivno zglobni (ne prenose momente savijanja), kruti (prenose momente savijanja) i polukruti (djelomično prenose momente savijanja) koji se definiraju rotacijskom krutošću prema EN 1993-1-8, dio 5.1.2 [11].

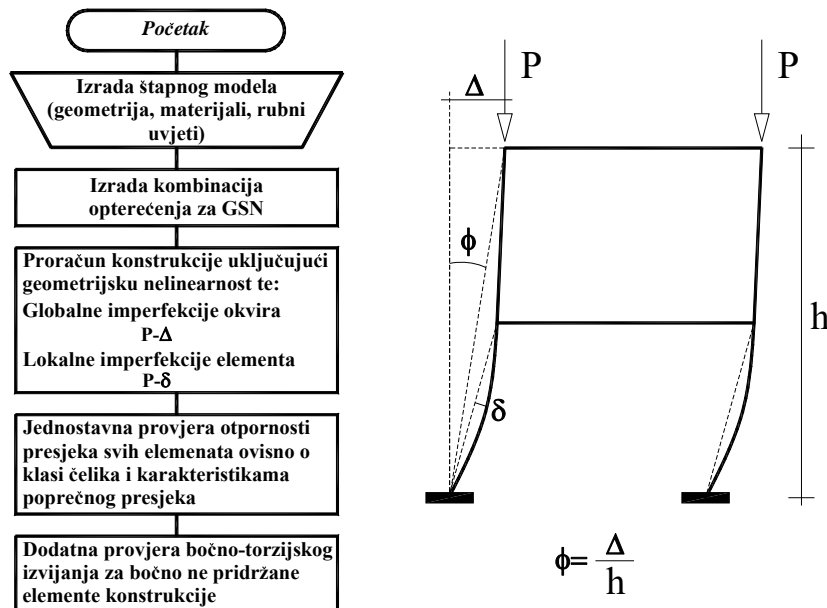
U primjeru proračuna čeličnog okvira u [9] će se primijeniti kruti i zglobni spojevi.

Postupak proračuna metodom geometrijski nelinearne analize s uključenim imperfekcijama se može primijeniti neovisno od osjetljivosti konstrukcije na gubitak stabilnosti izvijanjem s tim da norma EN 1993-1-1, dio 5.2.2 [10] za slučaj $\alpha_{cr} < 3$ izričito traži primjenu točnijih metoda koje uključuju početne imperfekcije te utjecaj deformiranja konstrukcije na unutarnje sile i momente savijanja. Ukoliko je $\alpha_{cr} \geq 10$ može se primijeniti proračun sila po teoriji elastičnosti, a ukoliko je $\alpha_{cr} \geq 15$ može se primijeniti proračun sila po teoriji plastičnosti. Isto ukazuje da je konstrukcija to manje osjetljiva na gubitak stabilnosti izvijanjem što je koeficijent α_{cr} ima veću vrijednost.

Na Slici 4 je prikazan postupak proračuna metodom "GNIA" u sklopu računalnog programa [9] te shematski prikaz globalnih i lokalnih imperfekcija.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama



Slika 4. Postupak proračuna čeličnih okvira metodom GNIA (geometrijski nelinearne analize s uključenim imperfekcijama P-Δ i P-δ) u [9]

Koeficijent elastičnog kritičnog opterećenja α_{cr} je koeficijent koji pomnožen s proračunskim opterećenjem (uzdužna tlačna sila u elementu od svih kombinacija GSN) daje vrijednost koja uzrokuje elastično izvijanje konstrukcije. To je u biti najmanja uzdužna tlačna sila koja uzrokuje elastičnu nestabilnost. Definirana je izrazom:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \quad (2)$$

gdje je

F_{Ed} proračunska uzdužna tlačna sila određena proračunom za sve GSN kombinacije opterećenja

F_{cr} Eulerova kritična sila izvijanja

$$F_{cr} = \frac{EI\pi^2}{L_i^2} \quad (3)$$

Na temelju poznate Eulerove kritične sile izvijanja F_{cr} se prema izrazu (3) može izračunati efektivna dužina izvijanja L_i . Isto se često koristi kao ulazni podatak za proračun otpornosti štapova na izvijanje prema klasičnim izrazima iz EN 1993-1-1 [10].

$$L_i = \sqrt{\frac{EI\pi^2}{N_{cr}}} \quad (5)$$

U računalnom programu [9] je problem elastičnog kritičnog izvijanja i proračun koeficijenta α_{cr} riješen sa linearno elastičnim proračunom račvanja ili proračunom vlastitih vrijednosti (LBA). S obzirom da konstrukcija ima više vlastitih vrijednosti proračunom se određuju najniže vrijednosti koeficijenta α_{cr} . Svakako se sugerira analiza više modova što

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

ovisi o složenosti konstrukcije, obzirom da mogu titrati lokalni modovi. U radu [8] je detaljnije opisan i testiran numerički model implementiran u [9].

Globalne imperfekcije ($P - \Delta$ učinci) su vezane za imperfekcije okvira. Pretpostavljeni oblik globalnih imperfekcija može se dobiti iz elastičnog moda izvijanja konstrukcije u promatranom smjeru. Pri tome se uzimaju u obzir utjecaji deformiranja okvira kao cjeline na unutarnje sile i momente savijanja. Norma EN 1993-1-1, dio 5.3.2a) [10] definira da učinak imperfekcije u proračunu okvira treba obuhvatiti u obliku početnog poprečnog pomaka. Globalna početna imperfekcija zbog poprečnog pomaka je definirana izrazom:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (6)$$

gdje je:

$\phi_0 = 1/200 = 0.005$ osnovna vrijednost

$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$ ali $\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$, h- visina konstrukcije u metrima

$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$ faktor smanjenja za broj stupova u redu

m - broj stupova u redu uključujući samo one stupove koji nose vertikalno opterećenje F_{Ed} koje nije manje od 50% prosječne vrijednosti stupa u promatranj ravlini

Lokalne imperfekcije ($P - \delta$ učinci) su vezani za imperfekcije elemenata. Utjecaji lokalnog deformiranja elementa zbog promjene krutosti opterećenog elementa imaju utjecaja na unutarnje sile i momente savijanja. Element izložen vlaku ima povećanu krutost, a u tlaku smanjenu krutost. Pri tome se pojedinačne iskrivljenosti elemenata prema EN 1993-1-1, dio 5.3.2b) [10] uzimaju kao relativne početne imperfekcije zbog iskrivljenosti elemenata za izvijanje uz savijanje prema izrazu:

$$e_o/L \quad (7)$$

gdje je:

L – duljina elementa

U Tablici 1 su prema EN 1993-1-1, dio 5.3.2b) [10] date preporučene proračunske vrijednosti lokalnih imperfekcija zbog iskrivljenja e_o/L elemenata.

Tablica 1. Preporučene proračunske vrijednosti lokalnih imperfekcija zbog iskrivljenja e_o/L elemenata

Krivulja izvijanja u skladu sa EC3	Elastični proračun	Plastični proračun
	e_o/L	e_o/L
a_o	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
s	1/150	1/100

Nakon provedenog proračuna metodom geometrijski nelinearne analize s uključenim globalnim i lokalnim imperfekcijama slijedi jednostavna provjera otpornosti presjeka svih elemenata ovisno o klasi čelika i karakteristikama poprečnog presjeka. U skladu sa EN 1993-1-1, dio 5.2.2.(7)a) [10] ako su učinci deformiranja konstrukcije (u normi stoji učinci 2. reda) i

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

odgovarajuće imperfekcije za pojedine elemente uzeti u obzir u globalnom proračunu, u tom slučaju nije nužna pojedinačna kontrola stabilnosti elemenata u skladu s dijelom 6.3, EN 1993-1-1 [10].

Provjera otpornosti presjeka se u tom slučaju kontrolira prema sljedećem izrazu:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1 \quad (8)$$

gdje su

$N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$ proračunske vrijednosti uzdužne sile i momenata savijanja oko y i z osi, izračunati u globalnoj analizi

$M_{y,Rd}, M_{z,Rd}$ proračunske vrijednosti otpornosti

EN 1993-1-1, dio 5.2.2.(7b) [10] također navodi da je za pojedine elemente i neke pojedinačne imperfekcije koje nisu uzete u globalnom proračunu nužna dodatna kontrola. Tako recimo ukoliko kontrola bočno-torzijskog izvijanja za bočno ne pridržane elemente konstrukcije nije uzeta u globalnom proračunu isto treba kontrolirati sukladno odredbama EN 1993-1-1 [10].

Isto vrijedi za početne lokalne imperfekcije elementa, ukoliko iste nisu uzete u obzir nužna je dodatna kontrola izdvojenog štapa na efekte izvijanja.

4. PRIMJER

Na primjeru proračuna čeličnog dvozglavnog okvira sa ravnom prečkom na slici 5., preuzet iz [12], testiran je numerički model i računalni program [9]. Čelični okvir je visine $H=6\text{m}$, raspona $L=8\text{m}$. Opterećen je horizontalnim i vertikalnim proračunskim opterećenjima. Usvojen je konstrukcijski čelik klase S355. Stupovi su u dnu zglobno oslonjeni, a spoj prečke (grede) i stupa je kruti.

Prvo je izvršena klasifikacija okvira proračunom koeficijenta elastičnog kritičnog opterećenja α_{cr} . S obzirom da se u računalnom programu [9] problem elastičnog kritičnog izvijanja i proračun koeficijenta α_{cr} rješava linearno elastičnim proračunom račvanja ili proračunom vlastitih vrijednosti (LBA), proračun koeficijenta α_{cr} je dat za prva dva moda. Zatim je prikazan proračun unutrašnjih sila te koeficijent iskorištenosti stupova s obzirom na dva različita pristupa modeliranja.

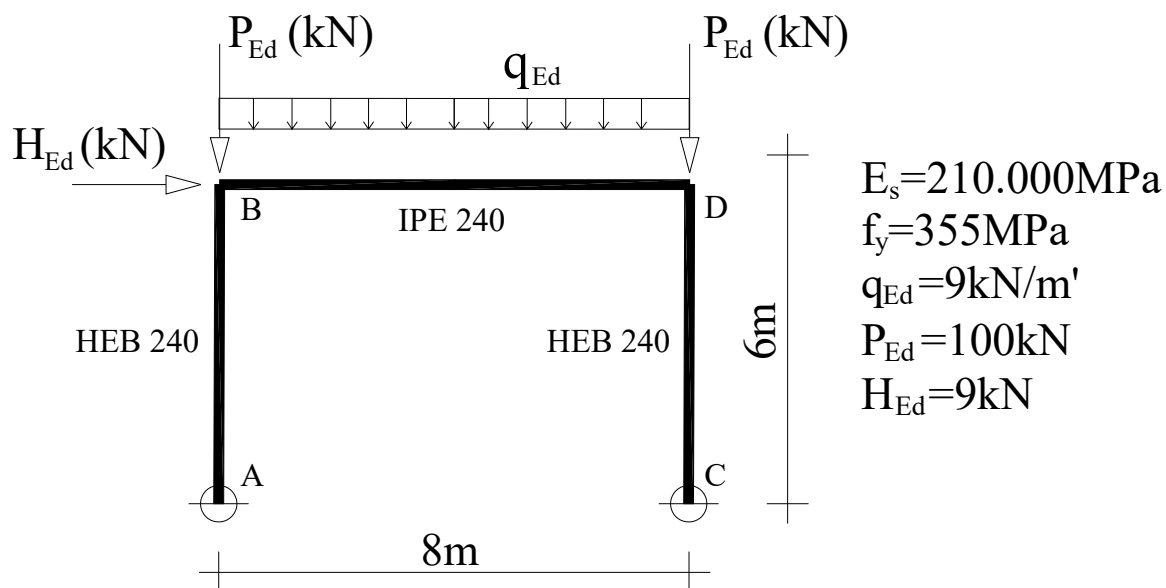
Model 1 je materijalno linearan model. Stupovi čeličnog okvira će se dimenzionirati za rezne sile određene metodom teorije elastičnosti (metoda "LA") pri čemu se vrši pojedinačna kontrola stabilnosti elemenata u skladu sa stavkom dijelom 6.3, EN 1993-1-1 [10].

Model 2 je također materijalno linearan model. Stupovi okvira će se dimenzionirati za rezne sile određene metodom "GNIA" (geometrijski nelinearna analiza s uključenim globalnim i lokalnim imperfekcijama) uzimajući u obzir proračun po teoriji velikih pomaka izložen u dijelu 2, a implementiran u [9]. U tom slučaju se provjera otpornosti presjeka svodi na zadovoljavanje izraza (8). Početne globalne i lokalne imperfekcije će se definirati izrazima iz EN 1993-1-1, dio 5.3.2a) i b) [10].

U oba modela i pristupa kontrola bočno-torzijskog izvijanja za bočno nepridržane elemente konstrukcije nije uzeta u obzir. U nastavku su na Slikama 6-7 dani rezultati analiza.

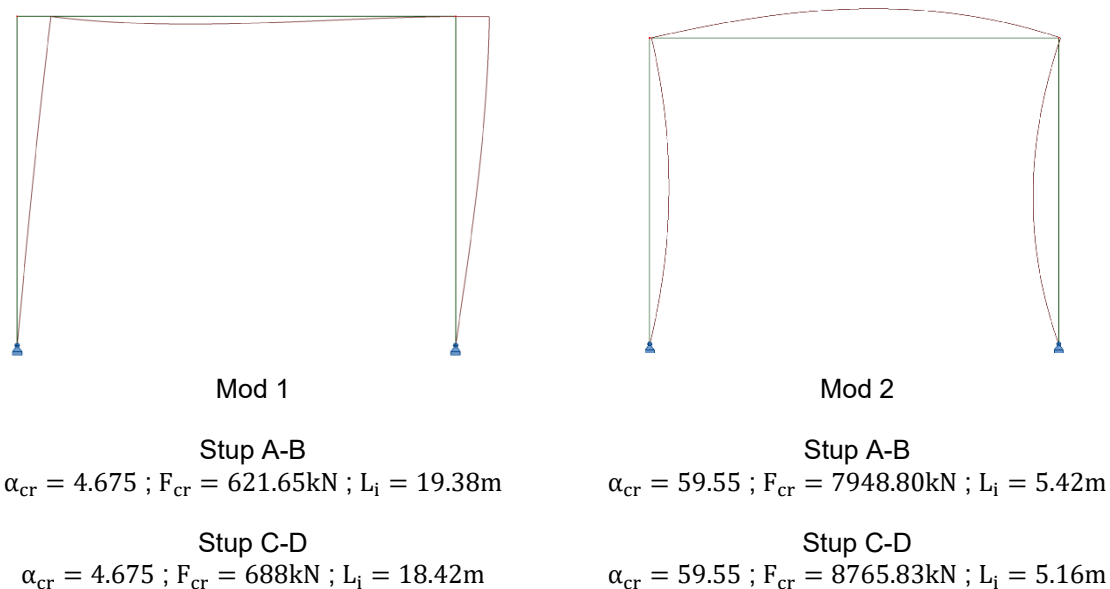
Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama



Slika 5. Čelični okvir preuzet iz [12]

Klasifikacija pomičnosti okvira je proveden u proračunskom modelu [9], a rezultati su prikazani na Slici 6.



Slika 6. Proračun koeficijenta elastičnog kritičnog opterećenja α_{cr} u [9] za prva dva moda

Mjerodavan je prvi mod koji daje najnižu vrijednost α_{cr} .

Proračunom je pokazano da je $\alpha_{cr} = 4.675 < 10$. Okvir je pomičan i potrebno je u proračunu uzeti geometrijske imperfekcije okvira.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

U modelu 1 i 2 će se uzeti u obzir globalne geometrijske imperfekcije. Lokalne imperfekcije u modelu 1 je potrebno uzeti u sklopu proračuna otpornosti na izvijanje prema EN 1993-1-1, dio 6.3 [10]. Lokalne imperfekcije u modelu 2 će se uzeti direktno u modelu na način da će se zadati početna lokalna imperfekcija štapa ovisno od krivulje izvijanja koja odgovara čeličnom presjeku, a u smjeru dominantnog moda promatranog smjera (u ovom slučaju moda 1).

Globalne imperfekcije okvira iznose:

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \cdot 0.816 \cdot 0.866 = \frac{1}{200} \cdot 0.707 \\ \phi_0 &= 1/200 = 0.005 \\ \alpha_h &= \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0.816, \frac{2}{3} \leq \alpha_h = 0.816 \leq 1 \\ \alpha_m &= \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0.866\end{aligned}$$

$H_d = 9\text{kN} < 0.15 \cdot V_{Ed} = 0.15 \cdot 272\text{kN} = 40.8\text{kN}$... globalne imperfekcije se ne smiju zanemariti.

Ekvivalentna horizontalna sila

$$\begin{aligned}\Delta H_{Ed} &= \phi \cdot V_{Ed} = \frac{1}{200} \cdot 0.707 \cdot \left(8\text{m} \cdot 9 \frac{\text{kN}}{\text{m}'} + 2 \cdot 100\text{kN}\right) = \frac{1}{200} \cdot 0.707 \cdot 272\text{kN} = 0.961\text{kN} \\ \Delta H_d &= H_{Ed} + \Delta H_{Ed} = 9\text{kN} + 0.961\text{kN} = 9.961\text{kN}\end{aligned}$$

Relativne početne imperfekcije zbog iskrivljenosti elemenata za izvijanje uz savijanje će se u modelu 2 uzeti u obzir preko lokalne imperfekcije stupa.

Stup HEB 240 –krivulja izvijanja u skladu sa EC3 (tablica 6.2) je "a".

$$e_o/L = 1/300$$

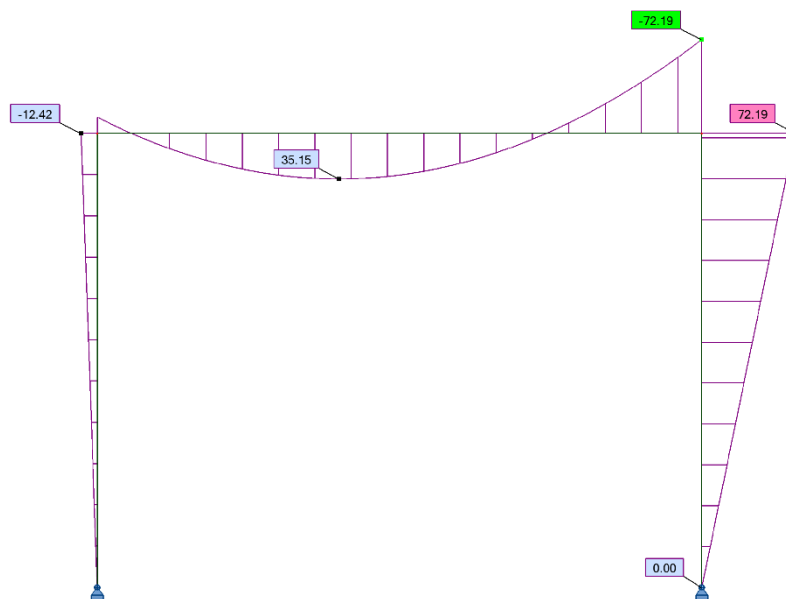
Imperfekcija stupa visine $L=600\text{cm}$ iznosi $e_o = 2\text{cm}$, a može se zadati na svaki stup kao ekvivalentno (zamjensko) linijsko opterećenje u promatranom horizontalnom smjeru prema izrazu iz EC3:

$$q_{Ed} = \frac{8 \cdot F_{Ed} \cdot e_o}{L^2}, \text{ gdje je } F_{Ed} \text{ – proračunska uzdužna sila, } L \text{– dužina elementa}$$

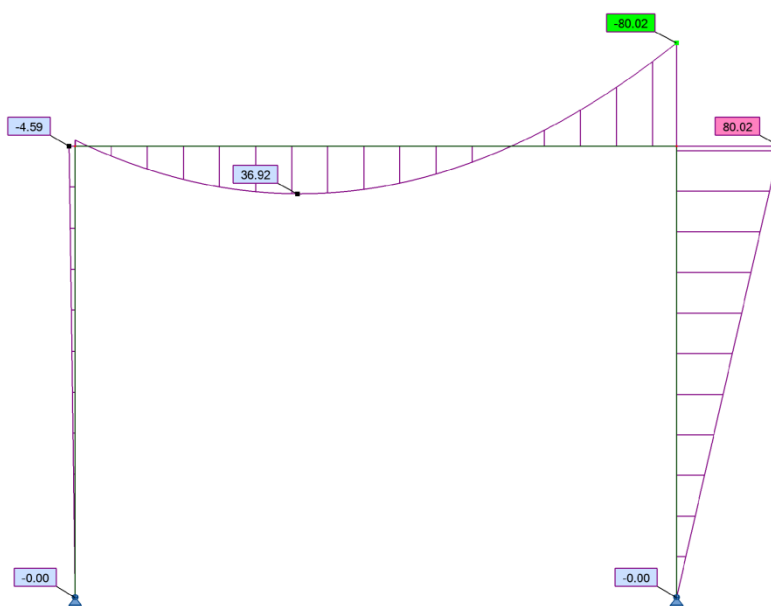
Na Slici 7 su prikazani momenti savijanja iz modela 1 i modela 2. Opterećenja su prema Slici 5, s tim da je sila H_d zamijenjena sa silom ΔH_d . U modelu 2 su uzete u obzir i lokalne imperfekcije stupova u smjeru oblika moda 1.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama



Model 1 – linearni model



Model 2 – "GNIA" model

Slika 7. Momenti savijanja M_{Ed} (kNm) prema modelu 1 i 2

Proračun otpornosti stupova modela 1 je proveden prema EN 1993-1-1, dio 6.3 [10] pri čemu su dužine izvijanja usvojene prema proračunu prvog moda.

Proračun otpornosti stupova modela 2 je proveden prema izrazu (8), obzirom da su globalne i lokalne imperfekcije okvira uzete u obzir, a proračun je proveden metodom velikih pomaka.

U Tablici 2 su dani koeficijenti iskorištenosti stupova HEB 240 izračunati prema modelima 1 i 2.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

Tablica 2. Koeficijenti iskorištenosti stupova HEB 240 prema modelima 1 i 2

Stup HEB 240	Model 1	Model 2
	Otpornost prema dijelu 6.3 (EC3)	Otpornost prema izrazu (8)
A - B	0.271	0.046
B - C	0.404	0.253

Linearna analiza s tradicionalnim pristupom proračuna otpornosti elemenata na "izdvojenom štapu" je dala veće koeficijente iskorištenosti što ukazuje da je "tradicionalni" proračun na strani sigurnosti ali je često neekonomičan.

Metoda GNIA je dala racionalnije vrijednosti koeficijenta iskorištenosti što ukazuje na prednosti primjene ovakve metode jer se koeficijenti redukcije uslijed izvijanja u proračunu uzimaju $\chi = 1.0$. Razlika u koeficijentima iskorištenosti je znatna, međutim to sve ovisi o slučaju i ovisi o više parametara (razine opterećenja, poprečnih presjeka, rubnih uvjeta i slično).

5. ZAKLJUČCI

U ovom je radu prikazan prethodno razvijeni numerički model implementiran u računalni program [9] za probleme gdje su izraženi utjecaji geometrijske nelinearnosti, što je osobito prisutno u čeličnim okvirnim konstrukcijama. Model podrazumijeva primjenu 1D štapnog konačnog elementa pri čemu se jednadžbe ravnoteže zadovoljavaju na deformiranom sustavu (teorija velikih pomaka).

Primjena geometrijski nelinearne analize je ključna za sve konstrukcije koje su osjetljive na promjenu geometrije pod opterećenjem (čelični okviri, kablovi i slično).

Na primjeru čeličnog okvira prikazana je mogućnost primjene numeričkog modela i računalnog programa [9] sa uzimanjem u obzir početnih geometrijskih imperfekcija. Pri tome su analizirana dva različita proračunska modela čeličnog okvira. Model 1 je baziran na linearnoj teoriji elastičnosti (metoda "LA") pri čemu se globalne imperfekcije okvira mogu uzeti kao zamjenska horizontalna opterećenja, a lokalne imperfekcije štapova se uzimaju kroz postupak dokaza otpornosti na izvijanje. Model 2 je baziran na metodi velikih pomaka, odnosno geometrijski nelinearna analiza s uključenim globalnim i lokalnim imperfekcijama (metoda "GNIA").

Utjecaj promjene krutosti spojeva u proračunu čeličnog okvira je zanemaren. Primjetna je preraspodjela momentima savijanja u proračunu po GNIA u odnosu na LA proračun.

Iz proračuna je vidljivo da je proračun koeficijenta elastičnog kritičnog opterećenja α_{cr} ključan za procjenu pomičnosti okvira što je u direktnoj vezi sa odabirom postupka proračuna okvira. Za efikasnu analizu čeličnih konstrukcija potreban je adekvatan računalni program koji ima implementirane prikazane numeričke modele. Svakako se za praktične inženjerske proračune pored nelinearnih analiza, a kao kontrolni proračun preporuča primjena linearne analize sa dimenzioniranjem prema normama.

Pokazano je da se računalni program [9] može uspješno koristiti za proračune čeličnih okvirnih konstrukcija prema EN 1993-1-1 [10] pri čemu je moguće uzeti u obzir početne globalne i lokalne geometrijske imperfekcije.

Markić, R., Čubela, D., Mikulić, Ž.

Numerički model za analizu čeličnih okvirnih konstrukcija s uključenim geometrijskim imperfekcijama

LITERATURA

1. Bathe, K. J., Bolourchi, S.: Large displacement analysis of three-dimensional beam structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1979, 14, 961-986.
2. Goncalves, R., Camotim, D.: On the incorporation of equivalent member imperfections in the in-plane design of steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 2005, 61, 1226-1240.
3. Mercier, C., Khelil, A., Khamisi, A., Al Mahmoud, F., Boissiere, R., Pamies, A.: Analysis of the global and local imperfections of structural members and frames. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2019, 25(8), 805-818.
4. Kala, Z.: Geometrically non-linear finite element reliability analysis of steel plane frames with initial imperfections. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2012, 18(1), 81-90.
5. Aguero, A., Pallares, L., Pallares, F. J.: Equivalent geometric imperfection definition in steel structures sensitive to flexural and/or torsional buckling due to compression. *Engineering Structures*, 2015, 96, 160-177.
6. Chladny, E., Štujberova, M.: Frames with unique global and local imperfection in the shape of the elastic buckling mode (Part 1). *Stahlbau*, 2013, 82(8), 609-617.
7. Chladny, E., Štujberova, M.: Frames with unique global and local imperfection in the shape of the elastic buckling mode (Part 2). *Stahlbau*, 2013, 82(9), 684-694.
8. Zdravkov, L.: Effective buckling lengths of compressed elements, determined by SAP 2000 and Robot Structural Analysis. 15th International scientific conference VSU'2015.
9. Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2019, Autodesk Inc.
10. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings (EN 1993-1-1:2005+AC:2009).
11. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints (EN 1993-1-8:2005+AC:2009).
12. Dujmović, D., Androić, B., Džeba, I.: Modeliranje konstrukcije prema Eurocode 3, I.A. Projektiranje, Zagreb 2004.